Campo elétrico

Um pouco de filosofia (*com um pouco de história*)

O que é uma interação física? Como concebê-la?

Há basicamente duas maneiras distintas de imaginar como dois corpos A e B separados por uma certa distância *r* podem exercer forças um sobre o outro:

1. Existe um agente interveniente entre os dois corpos, ocupando o espaço entre eles, de maneira que, por exemplo, quando o corpo A aja sobre o corpo B, o corpo A ative primeiro o agente interveniente para que depois o agente interveniente transmita a ação para o corpo B;
2. Um corpo age sobre o outro direta e imediatamente à distância, sem necessidade de nada para intermediar a comunicação entre eles.

A segunda maneira é chamada de *ação a distância*. Você já está acostumado com ela, pois é assim que a interação gravitacional é ensinada na maioria dos cursos do ensino médio.

A maneira como se ensina gravitação no ensino médio é similar à maneira como o próprio Isaac Newton (1642-1727), o formulador da lei da gravitação universal, apresentou sua teoria em seu famoso livro *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (Princípios Matemáticos da Filosofia Natural).

Nos *Principia*, como o livro é conhecido, Newton mostrou que a força gravitacional entre dois corpos de massas m_1 e m_2 separados por uma distância r é dada por $F = Gm_1m_2/r^2$ e que a aplicação dessa lei permite o cálculo preciso das propriedades de todos os fenômenos envolvendo a gravidade, desde as órbitas dos planetas em torno do Sol até o tempo de queda de uma maçã em direção à Terra.

O que Newton não fez, e nem tentou fazer, em seu livro foi oferecer uma explicação sobre o *mecanismo* pelo qual dois corpos de massas m_1 e m_2 agem gravitacionalmente um sobre o outro. Newton evitou deliberadamente propor qualquer hipótese sobre o mecanismo responsável pela interação gravitacional porque ele sabia das dificuldades inerentes a qualquer tentativa desse tipo.

Ele, porém, manifestou claramente em cartas sua opinião contrária à ideia de que a gravitação seria algum tipo de força de ação a distância. Vale a pena reproduzir um trecho de uma carta de 1693 de Newton ao clérigo e filósofo inglês Richard Bentley (1662-1742)[1]:

É inconcebível que a matéria bruta inanimada possa, sem a mediação de alguma outra coisa que não seja material, atuar sobre outra matéria e influenciá-la sem contato mútuo, como tem de fazer se a gravitação, no senso de Epicuro, for essencial e inerente a ela. (...). Que a gravidade deva ser inata, inerente, e essencial à matéria, de tal forma que um corpo consiga atuar sobre outro à distância, por meio de um vácuo, sem a mediação de mais nada, pela e através da qual suas ações e forças possam ser transmitidas de um corpo para outro, é para mim um absurdo tão grande, que acredito que nenhum homem que tenha em assuntos filosóficos uma faculdade competente de pensamento possa alguma vez aceitar esta ideia.

Apesar da opinião contrária de Newton, a maioria dos físicos do século XVIII não achava absurda a ideia de forças de ação a distância entre corpos. Dentre estes se encontravam também os pioneiros do estudo sobre a eletricidade e o magnetismo, como Coulomb, o inglês Henry Cavendish (1731-1810), o francês André-Marie Ampère (1775-1836) e outros.

[1] Esta tradução foi feita por Alexander Montero Cunha e está disponível no endereço http://www.ifi.unicamp.br/~lunazzi/F530_F590_F690_F809_F895/F809/F809_sem1_2003/970155Alexander-Assis_F809_Anexo01.pdf

Talvez os físicos do século XVIII não se incomodassem com o conceito de ação a distância porque eles estavam mais interessados em fazer com a eletricidade e o magnetismo o mesmo que Newton havia feito com a gravitação, isto é, determinar as leis de força e suas propriedades.

Uma maneira de encarar a ciência é adotar uma visão *operacionalista* sobre ela. Segundo essa visão, a ciência não deve procurar explicar os fenômenos em termos de um suposto *mundo real* que de alguma forma cause os fenômenos, mas deve se ater apenas a descrever os fenômenos como eles são *medidos*.

Uma maneira oposta é aquela que adota uma posição *realista*. Segundo a visão realista, os conceitos usados pelas teorias científicas devem corresponder literalmente a entidades que existem na natureza. Todos os elementos de uma teoria física devem existir de fato no mundo real.

A abordagem adotada pelos físicos do século XVIII para lidar com os fenômenos elétricos e magnéticos pode ser considerada operacionalista. O interesse de Coulomb e Cavendish ao fazer experimentos com a balança de torção era mais o de encontrar as forças de atração e repulsão entre corpos eletrizados do que especular sobre o que poderia estar acontecendo no espaço em torno desses corpos. Para eles, conceber essas forças como sendo de ação a distância era mais do que suficiente para seus propósitos.

No século XIX, à medida que novas descobertas experimentais sobre eletricidade e magnetismo foram sendo feitas, novos constructos conceituais foram sendo desenvolvidos pelos físicos e matemáticos para descrever esses fenômenos. É nessa época que, na Inglaterra, surgem os conceitos de *linhas de força*, proposto por Michael Faraday (1791-1867), e de *campo* (*elétrico* e *magnético*), proposto por James Clerk Maxwell (1831-1879).

A introdução desses conceitos por Faraday e Maxwell se inspirava numa visão antagônica à concepção puramente operacional das teorias físicas. Eles foram motivados pela necessidade de visualizar de maneira mecanicista, quase palpável, as interações elétricas e magnéticas entre os corpos.

Para Faraday e Maxwell, não fazia qualquer sentido a teoria de ação a distância entre, por exemplo, dois corpos eletrizados. Para eles, a ação de um corpo com carga elétrica sobre outro também carregado só pode existir se houver um agente físico (linhas de força, para Faraday, e campo, para Maxwell) entre eles para mediar essa ação.

Faraday e Maxwell eram realistas, ou seja, para eles os agentes intermediários que eles propunham para visualizar as interações elétricas e magnéticas entre os corpos não eram apenas artifícios matemáticos convenientes para se fazer cálculos, mas tinham existência concreta no mundo.

Na mesma época em que, na Inglaterra, Faraday e Maxwell desenvolviam uma teoria completa para o eletromagnetismo em termos de agentes físicos intermediários, no continente europeu, físicos e matemáticos como Ampère, os alemães Wilhelm Eduard Weber (1804-1891), Carl Friedrich Gauss (1777-1855), Carl Gottfried Neumann (1832-1925) e o holandês Hendrik Antoon Lorentz (1853-1928) desenvolviam uma teoria também completa para o eletromagnetismo baseada no conceito de ação a distância.

A abordagem de Maxwell, apresentada em seu famoso livro *A Treatise on Electricity and Magnetism* (publicado em 1873), acabou se tornando a dominante e hoje em dia praticamente não se fala mais em teorias eletromagnéticas de ação a distância[2]. É a noção maxwelliana de campo como agente intermediador das interações eletromagnéticas que será usada neste curso.

---

[2]Aos interessados nas teorias eletromagnéticas de ação a distância recomendo a leitura do livro *Eletrodinâmica de Weber*, de A. K. T. Assis (Editora da Unicamp, Campinas, 1995, ISBN: 85-268-0358-1). Também recomendo uma consulta ao Google com os termos “eletrodinâmica”e “ação a distância”.

Campo elétrico

Consideremos um corpo A carregado. Esse corpo produz um **campo elétrico** em todos os pontos do espaço. Quando uma carga puntiforme q_0 é colocada em um ponto qualquer do espaço P ela sofre uma força elétrica $\vec{F}_{q_0A} = \vec{F}_0$ devida ao corpo A.

Segundo a teoria do campo elétrico, a força $\vec{F}_0$ é exercida sobre a carga puntiforme q_0 pelo campo elétrico no ponto P. O campo elétrico é visto como o agente intermediário entre o corpo A e a carga q_0. É ele que comunica o efeito de A sobre q_0, ou seja a força $\vec{F}_0$.

O ponto P é genérico, isto é, ele pode ser qualquer ponto do espaço, a qualquer distância de A. Portanto, o campo elétrico produzido por A está presente em todos os pontos do espaço.

Da mesma forma, a carga puntiforme q_0 colocada em P produz um campo elétrico em todos os pontos do espaço. A carga q_0, portanto, exerce sobre A uma força elétrica. Essa força é igual e contrária à força que A exerce sobre q_0: $\vec{F}_{Aq_0} = -\vec{F}_0$.

Estritamente falando, como o corpo A não é puntiforme, ou seja, ele é extenso, a ação da carga q_0 sobre ele irá alterar a sua distribuição de cargas (principalmente se A for um condutor). Portanto, o campo elétrico produzido por A quando q_0 está presente não é o mesmo que o campo produzido por A quando q_0 está ausente.

Para contornar este problema, vamos supor que a carga puntiforme q_0 é muito pequena; tão pequena que o seu efeito perturbador sobre a distribuição de cargas de A possa ser desprezada.

De posse desses conceitos, a maneira de se determinar o campo elétrico gerado pelo corpo A é a seguinte:

- Coloca-se uma carga de teste puntiforme q_0 em um dado ponto do espaço P e mede-se a força $\vec{F}_0$ sobre ela;
- O campo elétrico $\vec{E}$ produzido por A no ponto P é então definido como

$$\vec{E} = \lim_{q_0 \to 0} \frac{\vec{F}_0}{q_0}. \quad (1)$$

Na definição acima, o uso do limite é para garantir que a carga q_0 é suficientemente pequena[3].

[3] Na realidade, o valor de q_0 não pode ser arbitrariamente pequeno, pois existe um limite físico para o menor valor da carga de um corpo, a carga elementar $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C.

Na prática, vamos sempre supor que a carga de prova é muito pequena, de maneira que a definição de campo elétrico passa a ser

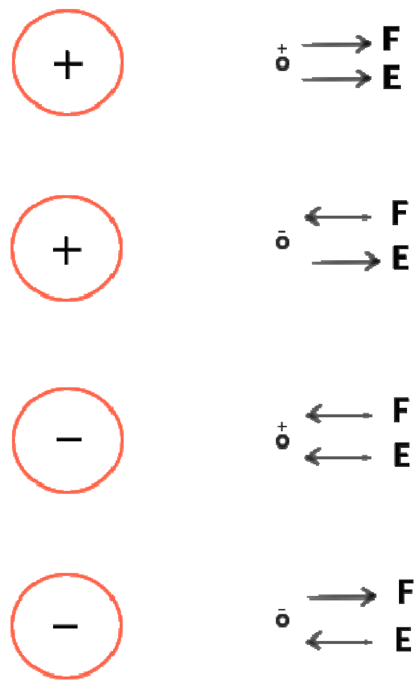
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_0}{q_0}. \qquad (2)$$

No SI, a unidade de campo elétrico é N/C (newton por coulomb).

Supondo que o campo elétrico $\vec{E}$ gerado por A em um dado ponto P seja conhecido, pode-se calcular a força elétrica $\vec{F}_0$ exercida sobre uma carga q_0 colocada em P como:

$$\vec{F}_0 = q_0\vec{E}. \qquad (3)$$

A carga q_0 pode ser positiva ou negativa. Quando q_0 for positiva, a força $\vec{F}_0$ tem o mesmo sentido do campo elétrico $\vec{E}$. Quando q_0 for negativa, $\vec{F}_0$ terá sentido contrário ao de $\vec{E}$ (veja a figura abaixo).



Da figura acima, decorre que o campo elétrico $\vec{E}$ produzido por um corpo positivamente carregado aponta para fora do corpo, e que o campo produzido por um corpo negativamente carregado aponta em direção ao corpo.

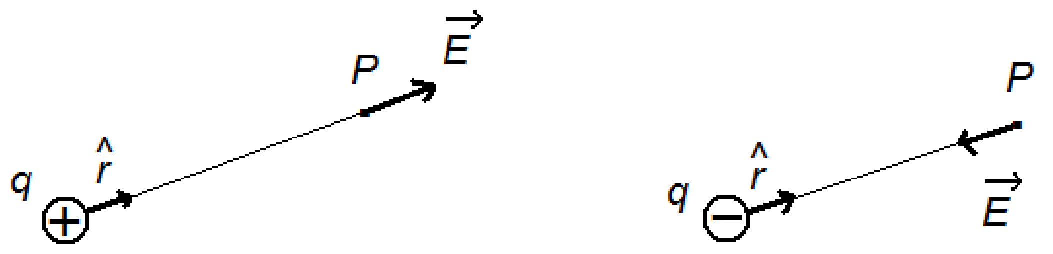
Quando o corpo A é uma carga puntiforme q, o módulo do campo elétrico produzido por ele a uma distância r dele é

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q|}{r^2}. \tag{4}$$

Em termos do vetor unitário $\hat{r}$ que aponta para fora do ponto onde está a carga q (a fonte do campo) ao longo da direção que une as cargas q e q_0, podemos então escrever o campo elétrico produzido pela carga puntiforme q como.

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}. \tag{5}$$

Veja a figura abaixo e as figuras 21.15, 21.16 e 21.17 do livro-texto.



Como existe um número infinito de pontos no espaço e em cada um pode-se colocar uma carga de prova, o campo elétrico $\vec{E}$ gerado por um corpo A é um campo vetorial: existe um valor do vetor campo elétrico $\vec{E}$ para cada ponto do espaço. Em outras palavras, o vetor campo elétrico é uma função dos pontos do espaço.

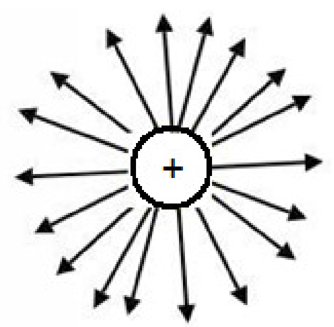
Quando usamos um sistema de coordenadas cartesianas (x, y, z) para descrever os pontos do espaço, podemos então escrever

$$\vec{E} = \vec{E}(x, y, z).$$

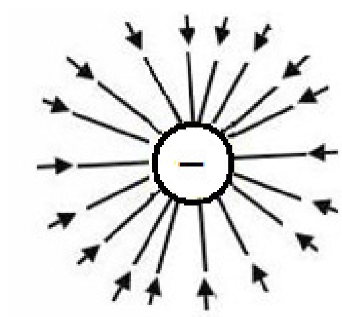
Como $\vec{E}$ é um vetor, ele possui componentes ao longo das direções x, y e z que escreveremos como:

$$E_x(x, y, z), E_y(x, y, z), E_z(x, y, z).$$

A figura abaixo mostra os campos elétricos produzidos por cargas puntiformes positivas e negativas.



Campo elétrico produzido por uma carga positiva



Campo elétrico produzido por uma carga negativa

Na maioria dos casos de interesse prático não estamos interessados em calcular o campo elétrico de uma carga puntiforme, mas de uma *distribuição* de cargas.

Imagine um conjunto de N cargas puntiformes q_1, q_2, ..., q_i, ..., q_N ocupando uma dada região do espaço. Dado um ponto P qualquer, quando uma carga de teste q_0 é colocada nesse ponto ela sofre uma força elétrica $\vec{F}_0$ devida ao conjunto de N cargas puntiformes. Pelo princípio da superposição (lembre-se da aula passada) esta força pode ser calculada como

$$\vec{F}_0 = \vec{F}_1 + \cdots + \vec{F}_i + \cdots + \vec{F}_N = q_0\vec{E}_1 + \cdots + q_0\vec{E}_i + \cdots + q_0\vec{E}_N. \quad (6)$$

Podemos então escrever

$$\vec{F}_0 = q_0\left(\vec{E}_1 + \cdots + \vec{E}_i + \cdots + \vec{E}_N\right) = q_0\vec{E}, \quad (7)$$

onde $\vec{E}$ é o campo elétrico resultante no ponto P devido às N cargas. Vemos que esse campo é dado pela soma vetorial dos campos produzidos por cada carga puntiforme independentemente das demais.

O campo elétrico, portanto, também obedece ao princípio da superposição. Dada uma distribuição de N cargas puntiformes, o campo elétrico produzido por elas num ponto P qualquer do espaço é dado por

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \cdots + \vec{E}_i + \cdots + \vec{E}_N. \qquad (8)$$

Combinando a equação (5) com a equação (8) temos então:

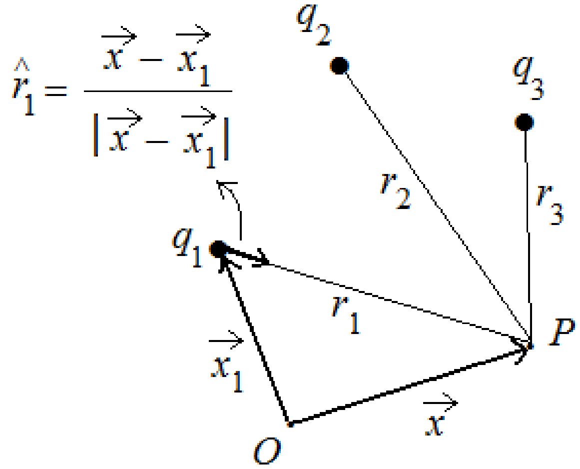
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{N}\frac{q_i}{(r_i)^2}\hat{r}_i, \qquad (9)$$

onde $\vec{r}_i$ é a distância da carga q_i ao ponto P e $\hat{r}_i$ é o vetor unitário na direção que vai dessa carga ao ponto P.

Se escolhermos a origem do sistema de coordenadas num ponto O qualquer, de forma que a posição da carga q_i seja $\vec{x}_i$ e a posição do ponto P seja $\vec{x}$, o vetor unitário pode ser escrito como

$$\hat{r}_i = \frac{\vec{x} - \vec{x}_i}{|\vec{x} - \vec{x}_i|}. \qquad (10)$$

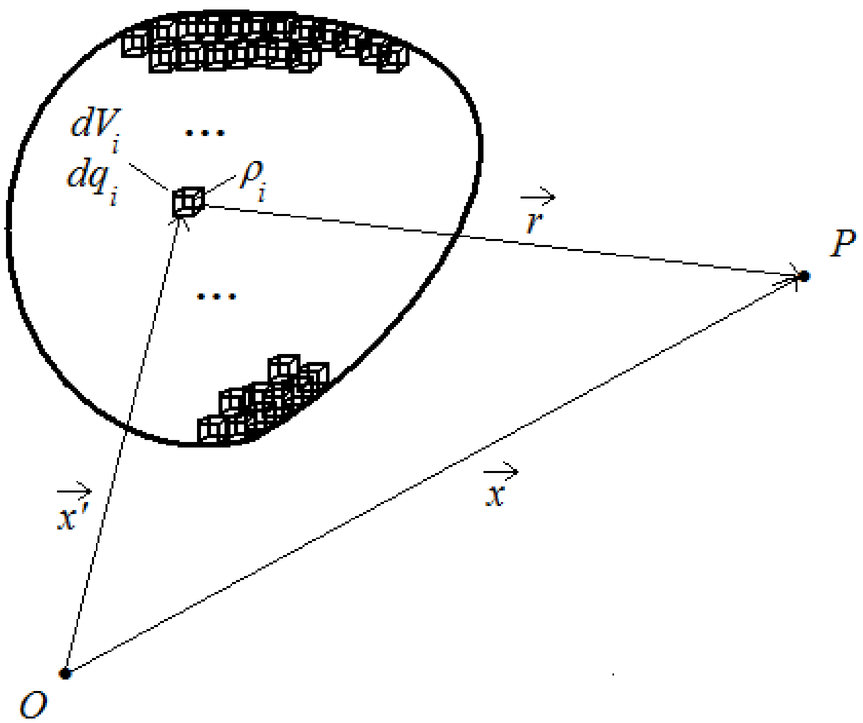
Veja a figura abaixo.



Os corpos materiais são constituídos por átomos, ou seja, têm estrutura discreta. Porém, muitas vezes é conveniente adotar uma descrição *macroscópica* da matéria e aproximar os corpos como tendo distribuições *contínuas* de matéria ao invés de discretas.

Isto também pode ser feito para a distribuição de carga. Imagine que um corpo de volume V e carga líquida Q é dividido em pequenos elementos de volume dV_i contendo pequenas quantidades de carga dq_i. Imagine que esses elementos de volume são grandes o suficiente para conter grandes quantidades de átomos, mas suficientemente pequenos para poder ser tratados como elementos puntiformes.

Veja a figura abaixo.



Podemos então escrever

$$dq_i = \rho_i dV_i, \tag{11}$$

onde ρ_i é a densidade volumétrica de carga, que pode variar de ponto para ponto no interior do corpo (é por isso que se usou o sub-índice i).

Usando o princípio da superposição, podemos escrever o campo elétrico produzido por um corpo com uma distribuição contínua de cargas num ponto qualquer P substituindo a somatória que aparece na equação (9) por uma integral pelo volume do corpo.

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_V \frac{\hat{r}}{r^2}dq = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_V \frac{\hat{r}}{r^2}\rho dV. \tag{12}$$

Usando um sistema de coordenadas com origem em O e chamando o vetor de posição do ponto P de $\vec{x}$ e o vetor de posição de um elemento de volume dV do corpo de $\overrightarrow{x'}$ (veja a figura acima), podemos escrever o vetor unitário $\hat{r}$ que aponta na direção do elemento de volume para o ponto P como

$$\hat{r} = \frac{\vec{x} - \overrightarrow{x'}}{\left|\vec{x} - \overrightarrow{x'}\right|} = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} = \frac{\vec{r}}{r}\,. \tag{13}$$

Podemos então reescrever (12) como

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_V \frac{\vec{r}}{r^3}\rho dV. \tag{14}$$

Em alguns casos podemos lidar com corpos finos e longos (como uma vareta, por exemplo). Em tais casos, podemos aproximar a distribuição de carga pelo corpo como linear. Nesses casos define-se a *densidade linear* de carga como λ (unidade C/m) e a carga de um elemento de comprimento do corpo como $dq = \lambda dl$.

Em outros casos podemos lidar com corpos com distribuições superficiais de carga. Nesses casos define-se a *densidade superficial* de carga como σ (unidade C/m^2) e a carga de um elemento de área do corpo como $dq = \sigma dA$.

Nestes dois últimos casos, a integral em (14) passa a ser uma integral de linha ou uma integral de superfície, respectivamente.

Estude agora os exemplos 21.6, 21.7, 21.8, 21.9, 21.1021.11, 21.12 e 21.13 do livro-texto. Alguns desses exemplos serão feitos em sala de aula.